

IDENTITÉS REMARQUABLES

Identités :

Définition :

Une **identité** (algébrique) **est une égalité** qui est vraie pour quelles que soient les valeurs des inconnues.

Deux identités :

$$5a + 3 + 2a + 5 = 7a + 8$$

$$5a + 4b + 3b + 2a = 6a + a + 2b + 5b$$

N'est pas une identité :

$$7b + 4 = 11b.$$

Si **b = 1** on a d'une part

$$7 \times 1 + 4 = 7 + 4 = 11$$

et d'autre part

$$11 \times 1 = 11.$$

Donc si **b = 1** l'égalité est vraie.

Mais si **b = 2** on a d'une part

$$7 \times 2 + 4 = 14 + 4 = 18$$

et d'autre part

$$11 \times 2 = 22.$$

Identités remarquables :

À connaître par cœur :



$$(a+b)^2 = a^2 + 2 \times a \times b + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2 \times a \times b + b^2$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

Une explication géométrique :

Si *a* et *b* sont des longueurs (donc positives).

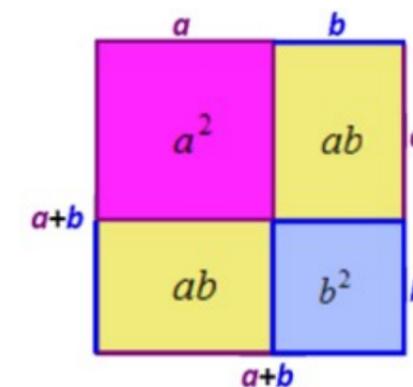
Voici un carré de côté *a + b*.

Son aire est donc de $(a + b)^2$.

Il est composé d'un **carré d'aire a^2** ,

d'un autre **carré d'aire b^2**

et de **2 rectangles** ayant chacun une **aire de $a \times b$**

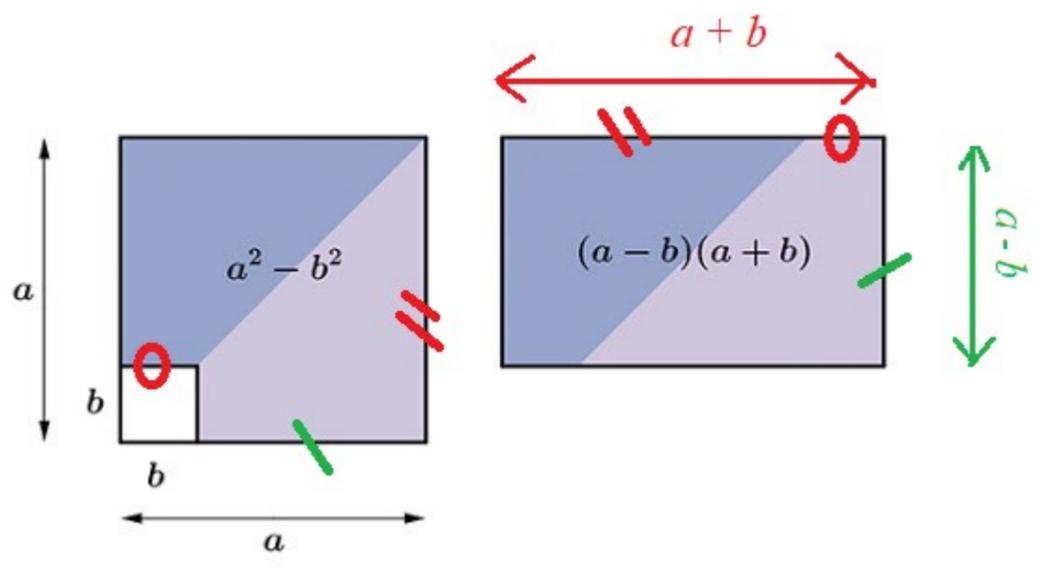


Avec deux trapèzes (égaux) dont :

- la grande base est a ;
- la petite est b ;
- la hauteur $a - b$.

On peut représenter :

- un carré de côté a auquel on a retiré un carré de côté b
- un rectangle de dimension $a + b$ et $a - b$



Explication mathématiques :

$$\begin{aligned}
 (a + b)^2 &= (a + b) \times (a + b) \\
 &= a \times a + a \times b + b \times a + b \times b \\
 &= a^2 + ab + ab + b^2 \\
 &= a^2 + 2ab + b^2 \\
 &= a^2 + 2 \times a \times b + b^2
 \end{aligned}$$

donc :

$$\begin{aligned}
 (a - b)^2 &= a^2 + 2 \times a \times (-b) + (-b)^2 \\
 &= a^2 - 2 \times a \times b + b^2
 \end{aligned}$$

$$b^2 = (-b)^2 \neq (-b^2)$$

Exemple :

$$5^2 = 5 \times 5 = 25$$

$$(-5)^2 = (-5) \times (-5) = 25$$

$$(-5^2) = (-5 \times 5) = (-25)$$

$$\begin{aligned}
 (a+b)(a-b) &= a \times a + a \times (-b) + b \times a + b \times (-b) \\
 &= a^2 + (-ab) + ab + (-b^2) \\
 &= a^2 + 0 + (-b^2) \\
 &= a^2 - b^2
 \end{aligned}$$

Exemples :

$$\begin{aligned}(3a + 7)^2 &= (3a)^2 + 2 \times 3a \times 7 + 7^2 \\ &= 9a^2 + 42a + 49\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(5a - 9)^2 &= (5a)^2 + 2 \times 5a \times (-9) + (-9)^2 \\ &= 25a^2 + (-90a) + 81 \\ &= 25a^2 - 90a + 81\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}107^2 = (100+7)^2 &= 100^2 + 2 \times 100 \times 7 + 7^2 \\ &= 10\,000 + 1\,400 + 49 \\ &= 11\,449\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}195^2 = (200 - 5)^2 &= 200^2 + 2 \times 200 \times (-5) + (-5)^2 \\ &= 40\,000 + (-2\,000) + 25 \\ &= 38\,000 + 25 \\ &= 38\,025\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(3a + 7)(3a - 7) &= (3a)^2 - 7^2 \\ &= 9a^2 - 49\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(8a - 5)(8a + 5) &= (8a)^2 - 5^2 \\ &= 64a^2 - 25\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}82 \times 98 = (90 - 8)(90 + 8) &= 90^2 - 8^2 \\ &= 8\,100 - 64 = 8\,036\end{aligned}$$

Entraîne toi avec ces exemples avant de regarder la correction :

Développe et réduis :

$$A = (3a + 7)^2$$

$$B = (6 - 4a)^2$$

$$C = 105^2$$

$$D = 290^2$$

$$E = (5a - 2b)^2$$

$$F = (7b + 8)^2$$

$$G = (9 - 11a)^2$$

$$H = (a + 6)^2$$

$$I = (7a - 5)(7a + 5)$$

$$J = (6a + 8)(6a - 8)$$

$$K = 95 \times 105$$

$$L = 74 \times 66$$

$$M = (3a + 11)(11 - 3a)$$

$$N = (2b - 4a)(2b + 4a)$$

$$P = (9a - 10)(9a + 10)$$

$$A = (7a + 3)^2 = (7a)^2 + 2 \times 7a \times 3 + 3^2 = 49a^2 + 42a + 9$$

$$B = (6 - 4a)^2 = 6^2 + 2 \times 6 \times (-4a) + (-4a)^2 = 36 + (-48a) + 16a^2$$

$$C = 105^2 = (100 + 5)^2 = 100^2 + 2 \times 100 \times 5 + 5^2 = 10\,000 + 1\,000 + 25 = 11\,025$$

$$D = 290^2 = (300 - 5)^2 = 300^2 + 2 \times 300 \times (-5) + (-5)^2 = 90\,000 + (-3\,000) + 25$$

$$D = 87\,000 + 25 = 87\,025$$

$$E = (5a - 2b)^2 = (5a)^2 + 2 \times 5a \times (-2b) + (-2b)^2 = 25a^2 + (-20ab) + 4b^2$$

$$F = (7b + 8)^2 = (7b)^2 + 2 \times 7b \times 8 + 8^2 = 49b^2 + 112b + 64$$

$$G = (9 - 11a)^2 = 9^2 + 2 \times 9 \times (-11a) + (-11a)^2 = 81 + (-198a) + 121a^2$$

$$H = (a + 6)^2 = a^2 + 2 \times a \times 6 + 6^2 = a^2 + 12a + 36$$

$$I = (7a - 5)(7a + 5) = (7a)^2 - 5^2 = 49a^2 - 25$$

$$J = (6a + 8)(6a - 8) = (6a)^2 - 8^2 = 36a^2 - 64$$

$$K = 95 \times 105 = (100 - 5)(100 + 5) = 100^2 - 5^2 = 10\,000 - 25 = 9\,975$$

$$L = 74 \times 66 = (70 + 4)(70 - 4) = 70^2 - 4^2 = 4\,900 - 16 = 4\,884$$

$$M = (3a + 11)(11 - 3a) = (11 + 3a)(11 - 3a) = 11^2 - (3a)^2 = 121 - 9a^2$$

$$N = (2b - 4a)(2b + 4a) = (2b)^2 - (4a)^2 = 4b^2 - 16a^2$$

$$P = (9a - 10)(9a + 10) = (9a)^2 - 10^2 = 81a^2 - 100$$